Université Abbes Laghrour Khenchela	Année 2025/2026
Faculté : ST	Département : GE
Spécialité : Master-1 CE	
Examen Final : Commande des systèmes Electriques	*Par : Dr. Beddiaf.Y*

Exercice

On considère le Modèle à flux rotorique orienté sur l'axe **d** de la Machine asynchrone triphasée a cage:

$$\sigma L_s \frac{di_{sd}}{dt} = -R i_{sd} + \omega \sigma L_s i_{sq} + \frac{M}{T_r L_r}\varphi_{rd} + V_{sd}$$

$$\sigma L_s \frac{di_{sq}}{dt} = -R i_{sq} - \omega \sigma L_s i_{sd} - \frac{M}{L_r}\omega\varphi_{rd} + V_{sq}$$

$$\frac{d\varphi_{rd}}{dt} = \frac{M}{T_r} \mathrm{i}_{sd} - \frac{1}{T_r}\varphi_{rd}$$

$$0 = \frac{M}{T_r} i_{sq} - (\omega_s - \omega)\varphi_{rd}$$

1. Réécrire le modèle de la machine sous forme d'état et déduire le vecteur de commande
2. Déterminer les expressions des F.E.M de compensation et le couple électromagnétique
3. On désir réaliser une commande vectorielle indirecte (IFOC) avec onduleur alimenté en tension.
   - a- quel est le l'intérêt de l'orientation du flux rotorique sur l'axe **d**?
   - b- Déterminer l'expression de l'angle de Park et quel est son intérêt ?
   - c- Déterminer les expressions des (i_{sd}et i_{sq}) en fonction des courants triphasés d'alimentation (i_{sa}, i_{sb} et i_{sc})
   - d- Déduire le schéma fonctionnel de la commande avec prise en compte de la survitesse.
   - e- La vitesse est régulée par un correcteur PI, déterminer l'expression des paramètres Kp et Ki pour que le système présente un coefficient d'amortissement ξ et une pulsation propre ω_0.

La matrice de transfert de Park est donnée par:

$$[P] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta_s) & \cos(\theta_s - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_s + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\theta_s) & -\sin(\theta_s - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_s + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

solution Type.

1- le modèle sous forme d'état :

Soit :

$$① \begin{cases} \sigma L_s \dfrac{di_{sd}}{dt} = -R.i_{sd} + w\,\sigma L_s\, i_{sq} + \dfrac{M}{T_r L_r}\varphi_{rd} + V_{sd} \\ \sigma L_s \dfrac{di_{sq}}{dt} = -R\, i_{sq} - w\,\sigma L_s\, i_{sd} - \dfrac{M}{L_r} w\,\varphi_{rd} + V_{sq} \\ \dfrac{d\varphi_{rd}}{dt} = \dfrac{M}{T_r} i_{sd} - \dfrac{1}{T_r}\varphi_{rd} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow ② \begin{cases} \dfrac{di_{sd}}{dt} = \dfrac{-R}{\sigma L_s} i_{sd} + w\, i_{sq} + \dfrac{M}{T_r \sigma L_s L_r}\varphi_{rd} + \dfrac{1}{\sigma L_s} V_{sd} \\ \dfrac{di_{sq}}{dt} = \dfrac{-R}{\sigma L_s} i_{sq} - w\, i_{sd} - \dfrac{M}{L_r L_s \sigma} w\,\varphi_{rd} + \dfrac{1}{\sigma L_s} V_{sq} \\ \dfrac{d\varphi_{rd}}{dt} = \dfrac{M}{T_r} i_{sd} - \dfrac{1}{T_r}\varphi_{rd} \end{cases}$$

On pose $x_1 = i_{sd}$, $x_2 = i_{sq}$, $x_3 = \varphi_{rd}$ $\Leftrightarrow$ le système s'écrit :

$$\boxed{\dot{X} = AX + BU}$$ (0,5)

avec

$$A = \begin{bmatrix} \dfrac{-R}{\sigma L_s} & w & \dfrac{M}{T_r \sigma L_s L_r} \\ -w & \dfrac{-R}{\sigma L_s} & -\dfrac{M}{L_r L_s \sigma} w \\ \dfrac{M}{T_r} & 0 & \dfrac{-1}{T_r} \end{bmatrix}$$ (1)

$$B = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{\sigma L_s} \\ \dfrac{1}{\sigma L_s} \\ 0 \end{bmatrix}$$ (0,5)

2°/ le modèle ② peut être écrit comme suit

$$\frac{di_{sd}}{dt} = \frac{-R}{\sigma L_s} i_{sd} + \underbrace{e_{sd} + \frac{1}{\sigma L_s} V_{sd}}_{U^*_{sd}}$$ (1)

$$\frac{di_{sq}}{dt} = \frac{-R}{\sigma L_s} i_{sq} + \underbrace{e_{sq} + \frac{1}{\sigma L_s} V_{sq}}_{U^*_{sq}}$$ (1)

les F.e.m. de Compensation sont donc :

$$e_{sd} = \omega i_{sq} + \frac{M}{T_r L_r L_s \sigma} \varphi_{rd}$$

$$e_{sq} = -\omega i_{sd} - \omega \cdot \frac{M}{L_s L_r \sigma} \varphi_{rd}$$

* Determination du Couple électromagnétique.

On sait que : $C_e = \frac{P_e}{\Omega}$ (0,5) , P_e : puissance électromagnétique calculée à partir de la puissance Absorbée instantanée.

$p(t) = v_{sd} \cdot i_{sd} + v_{sq} \cdot i_{sq}$

À partir du système (1), on peut déterminer v_{sq} et v_{sq}.

d'où :

$$p(t) = \left[\sigma L_s \frac{di_{sd}}{dt} + R \cdot i_{sd} - \omega L_s \sigma i_{sq} - \frac{M}{T_r L_r} \varphi_{rd}\right] i_{sd} + \left[\sigma L_s \frac{di_{sq}}{dt} + R \cdot i_{sq} + \omega L_s \sigma i_{sd} + \frac{M}{L_r} \omega \varphi_{rd}\right] i_{sq}$$

(1)

$$= R\left(i_{sd}^2 + i_{sq}^2\right) + \sigma L_s \left[i_{sd} \frac{di_{sd}}{dt} + i_{sq} \frac{di_{sq}}{dt}\right] - \frac{M}{T_r L_r} \varphi_{rd} i_{sd} + \underbrace{\frac{M}{L_r} \omega \varphi_{rd} i_{sq}}_{P_e}$$

On pose $P_e = p \Omega \frac{M}{L_r} \varphi_{rd} \cdot i_{sq}$ (1)

$$\Rightarrow \frac{P_e}{\Omega} = p \frac{M}{L} \varphi_{rd} \cdot i_{sq} = C_e$$

$$\Rightarrow \boxed{C_e = p \frac{M}{L_r} \varphi_{rd} \cdot i_{sq} = K \cdot i_{sq}} \quad (0,5)$$

3°/a) l'intérêt de l'orientation du flux rotorique sur l'axe "d" (3)

1- Realisation du découplage entre l'induit et l'inducteur (1)

l'induit : Rotor ; l'inducteur : Stator

2- Reduire la Complexité des equations du Modèle. (0,5)

3- Simplicité de la Commande Vectorielle (0,5)

b) l'expression de l'angle de Park (θ_s)

à partir du Modèle donné, on a : (1)

$$(\omega_s - \omega)\,\varphi_{rd} = \frac{M}{T_r} \cdot i_{sq} \Rightarrow \omega_s = \frac{M}{T_r \varphi_{rd}} i_{sq} + \omega$$

$$\Rightarrow \boxed{\theta_s = \int \left[\frac{M}{T_r \varphi_{rd}} \cdot i_{sq} + \omega\right] dt} \quad (1)$$

l'intérêt de l'angle de Park (θ_s) est :

Realisation de la Transformation de Park :

- Avoir le passage de (1)

$$3N \longrightarrow 2N$$

$$abc \longrightarrow dq$$

$$\alpha,\beta \longleftrightarrow dq$$

- Simplification des équations

(1) $06\ eqs(abc) \longrightarrow 04\ eqs(dq)$

c)

$$\begin{pmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \cos\theta_s & \cos(\theta_s - 2\pi/3) & \cos(\theta_s - 4\pi/3) \\ -\sin\theta_s & -\sin(\theta_s - 2\pi/3) & -\sin(\theta_s - \frac{4\pi}{3}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix}$$

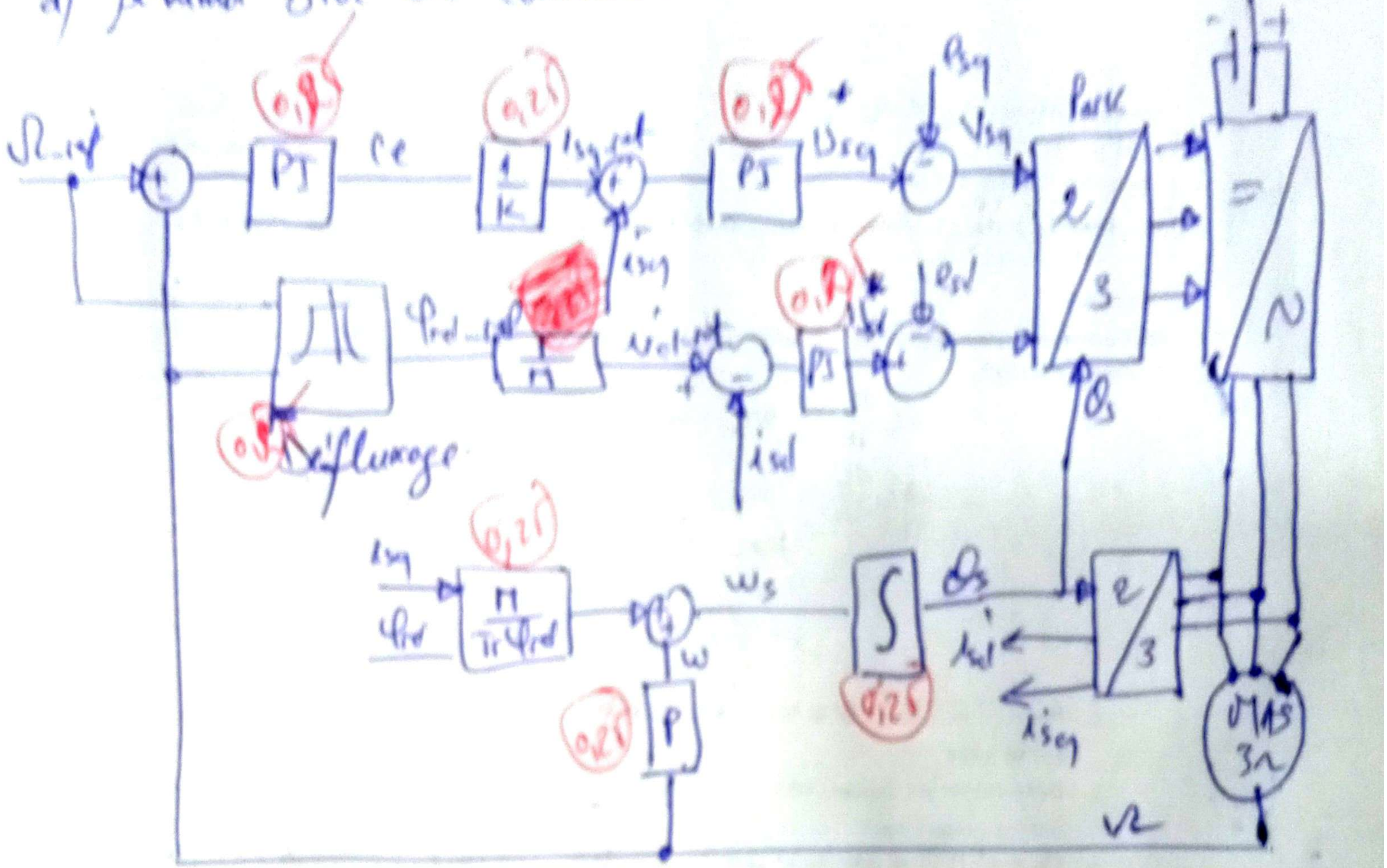
(1)

$$i_{sd} = \sqrt{\frac{2}{3}}\left[i_a \cos\theta_s + i_b \cos(\theta_s - 2\pi/3) + i_c \cos(\theta_s - 4\pi/3) \right]$$

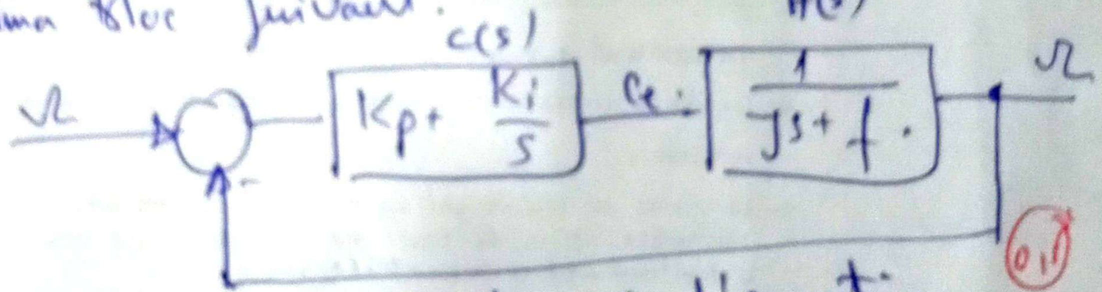
(1)

$$i_{sq} = \sqrt{\frac{3}{2}}\left[-i_a \sin\theta - i_b \sin(\theta_s - 2\pi/3) - i_c \sin(\theta_s - 4\pi/3) \right]$$

d/ schéma bloc de commande.



e/ la boucle de Regulation de vitesse est donnée par le schéma bloc suivant.



H(s) est déterminé à partir de l'équation mécanique :

$$J\frac{d\Omega}{dt} + f\Omega = C_e - C_r$$

On Applique la T. Laplace, on obtient :

$$(Js+f)\,\Omega(s) = C_e(s) \qquad \text{si } C_r = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\Omega(s)}{C_e(s)} = \frac{1}{J\cdot s+f}}$$

la fonction de Transfert en Boucle fermée est donnée par:

$$G(s) = \frac{C(s) \cdot H(s)}{1 + C(s) + H(s)} = \frac{\left(K_p + \frac{K_i}{s}\right)\left(\frac{1}{Js+f}\right)}{1 + \left(K_p + \frac{K_i}{s}\right)\left(\frac{1}{Js+f}\right)}$$

$$= \underbrace{\frac{K_p \cdot s}{Js^2 + s(f + K_p) + K_i}}_{①} \ (0{,}5) + \underbrace{\frac{K_i}{Js^2 + s(f + K_p) + K_i}}_{②} \ (0{,}5)$$

en Regime permanent $s \longrightarrow 0$ le premier terme tend vers zéro

Alors $\boxed{G(s) = \frac{\Omega(s)}{\Omega(s)_{ref}} = \frac{K_i}{Js^2 + (f + K_p)s + K_i}}$

cette FT peut être ecrite Sous forme Canonique:

$$G(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2} \ (0{,}5)$$

par analogie, on peut écrire

$$\frac{K_i}{J} = \omega_n^2 \Rightarrow K_i = J \cdot \omega_0^2 \ (0{,}5)$$

$$\frac{(f + K_p)}{J} = 2\xi\omega_0 \Rightarrow K_p = \frac{2\xi\omega_0}{J} - f \ (0{,}5)$$