جامعة عباس لغرور خنشلة
كلية العلوم الاقتصادية و التجارية و علوم التسيير

الامتحان الأول لمادة الاقتصاد الجزئي (I)

دورة جانفي 2026 مدة الامتحان ساعة و نصف

التمرين الأول: (6 نقاط)

يوضح الجدول الآتي بيانات المنفعة الحدية للفرد بعد استهلاك السلعتين (x, y) بفرض أن السلعتين هما الوحدتين المتاحتين و أن سعر كل منهما هو 1 وحدة نقدية و أن دخل الفرد هو 8 وحدات نقدية و ينفقه جميعه خلال نفس الفترة الزمنية.

QXY	1	2	3	4	5	6	7	8	المجموع
Umx	11	10	9	8	7	6	5	4	60
Umy	19	17	15	13	12	10	8	6	100

1. بين كيف يجب ان ينفق هذا الفرد دخله المتاح حتى يعظم منفعته الكلية. (3 نقاط)
2. ما هو مقدار المنفعة الكلية التي يحصل عليها هذا الفرد لما يكون في حالة توازن؟ (1 نقطة)
3. اشرح بأسلوب رياضي شروط توازن هذا المستهلك. (2 نقاط)

التمرين الثاني: (6 نقاط)

لتكن لدينا الدالتين اللتان تخصان السلعة **(X):** $Q_S = -2 + 3P$ و $Q_D = 8 - 2P$

1. أوجد سعر و كمية التوازن. (1 نقطة)

2. إذا قامت الحكومة بفرض سعر قدره 3 وحدات نقدية للوحدة، اشرح أثر هذا الإجراء رياضيا و بيانيا. (1.5 نقطة)

3. إذا فرضت الدولة ضريبة نوعية تقدر بـ 1 وحدة نقدية على الوحدة المباعة، أوجد سعر و كمية التوازن الجديد. (1.5نقطة)

4. حدد السعر الذي يدفعة المشتري و السعر الذي يستلمة البائع. (1 نقطة)

5. حدد العبء الضريبي لكل من المشتري و البائع. (1 نقطة)

التمرين الثالث: (8 نقاط)

إذا كانت دالة المنفعة لمستهلك ما من الشكل التالي:

$$U(x,y) = 4XY - \frac{X^{5/2}}{\sqrt{X}} - \frac{3Y^{5/2}}{\sqrt{Y}}$$

حيث ان (Y, X) تعبر عن الكميات المستهلكة من السلعتين.

1. تحقق من كون المنفعة الحدية لكل سلعة من السلعتين متناقصة. **(2 نقاط)**
2. حدد الكميات التي يطلبها هذا المستهلك في حالة التوازن مستخدم طريقة مضاعف لاغرانج، إذا ما علمت أن مقدار الدخل $(R = 45)$ و أسعار السلعتين $(P_X = 2)$ و $(P_Y = 3)$ **(3 نقاط)**
3. تحقق من أعظمية دالة المنفعة. **(3 نقاط)**

الأستاذة المكلفة بالمادة: قنطري زليخة

الله ولي التوفيق

جامعة عباس لغرور خنشلة
كلية العلوم الاقتصادية و التجارية و علوم التسيير

الإجابة النموذجية لامتحان الأول لمادة الاقتصاد الجزئي I دورة جانفي 2026

حل التمرين الأول:

1. حتى يعظم الفرد المستهلك منفعته الكلية و مع التناقص المستمر في المنفعة الحدية عن طريق تعظيم المنفعة المحصل عليها من انفاق كل دينار، باتباع الخطوات التالية:

- أن الفرد المستهلك ينبغي عليه أن ينفق الدينار الأول من دخله في شراء الوحدة الأولى من السلعة (Y) التي يحصل منها على 19 وحدة منفعة، أما إذا أنفق هذا الدينار الأول في شراء الوحدة الأولى من السلعة (X) فسوف يحصل على 11 وحدة منفعة فقط، حسب جدول المنافع الحدية.
- يجب أن ينفق هذا الفرد المستهلك ديناراته الثانية و الثالثة و الرابعة و الخامسة في شراء الوحدات الثانية، الثالثة، الرابعة و الخامسة من السلعة (Y)و يحصل على المنافع التالية: 17، 15، 13، و 12 وحدة منفعة على التوالي.
- يجب أن ينفق ديناره السادس في شراء الوحدة الأولى من السلعة (X) التي يحصل منها على 11 وحدة منفعة بدلا من الوحدة السادسة من السلعة (Y) التي يحصل منها على 10 وحدة منفعة فقط.
- يجب أن ينفق ديناريه السابع و الثامن في شراء الوحدة السادسة من السلعة (Y) و الوحدة الثانية من السلعة (X)، يتحصل منهما على 10 وحدة منفعة.
- عندئذ لا يستطيع الفرد أن يشتري وحدات أكثر من السلعتين (X, Y) حيث انه قد استنفذ دخله بالكامل الذي يساوي 8 وحدات نقدية.
- عندما ينفق الفرد دخله المقدر ب ثمانية دينار في شراء وحدتين من (X) و ستة وحدات من (Y) سيحصل على منفعة كلية مقدرة بـ: 19 + 17+ 15+ 13+12 + 11 + 10 +10+ 11 = 107

2. شرط توازن المستهلك: لدينا شرطان أساسيان:

الشرط الأول: المنفعة الحدية للسلعة (X)/ سعر السلعة (X) = المنفعة الحدية للسلعة (Y)/ سعر السلعة (Y)

$$\frac{Umx}{P_X} = \frac{UMy}{PY}$$

$$\frac{Umx}{P_X} = \frac{UMy}{PY} \Longrightarrow \frac{10}{1}$$

الشرط الثاني تحقق قيد الميزانية: $R = XPx + YPy$

$$8 = 2.1 + 6.1$$

حل التمرين الثاني:

لدينا دوال العرض و الطلب: $Qs = -2 + 3P$ $\quad Qd = 8 - 2P$

عند التوازن:

$$Qs = Qd \Rightarrow 8 - 2P = -2 + 2P$$

$$8 + 2 = 3P + 2P \Rightarrow 10 = 5P$$

$$P = 2 \text{ سعر التوازن}$$

نعوض سعر التوازن في دالة الطلب لنحصل على: كمية التوازن $Q =$

عند فرض سعر من قبل الحكومة: $P = 3$

بالتعويض في دالة العرض نجد: $Qs = 7$

بالتعويض في دالة الطلب نجد: $Qd = 2$

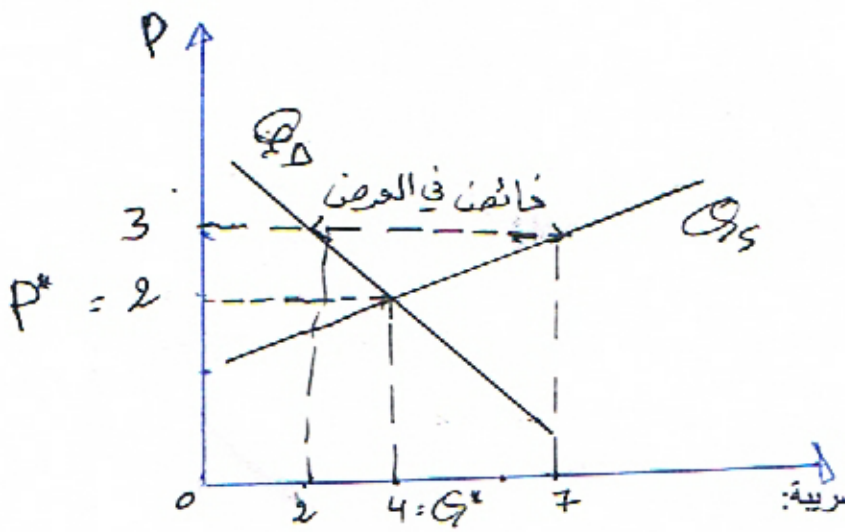
$$Qs > Qd$$

و بالتالي هناك فائض في العرض $Q = Qs - Qd$

$$\Delta Q = 7 - 2$$

$$\Delta Q = 5$$

هناك فائض في العرض بمقدار خمسة وحدات حسب الشكل التالي:



عند فرض ضريبة:

دالة العرض بعد فرض الضريبة و التي تقدر ب 1 وحدة نقدية: $T = 1$

$$Q's = -2 + 3\,(P - T)$$

$$Q's = -2 + 3\,(P - 1)$$

$$Q's = -2 + 3\,P - 3$$

دالة العرض بعد فرض الضريبة: $Qs = -5 + 3\,P$

عند التوازن الجديد:

$$Qs = Qd$$

$$8 - 2P_2 = -5 + 3P_2$$

$$13 = 5P_2 \;\Rightarrow P_2 = 2.6$$

السعر التوازني الجديد $P = 2.6$

نعوض في دالة الطلب لنجد: $Q_2 = 8 - 2.2.6 = 2.8$ وهي كمية التوازن الجديدة $Q_2 = 2.8$

4: تحديد السعر الذي يدفعه المشتري: نعوض $(Q_2 = 2.8)$ في دالة الطلب لنجد:

$$Q_2 = 8 - 2.P_c \Rightarrow 2.P_c = 8 - Q_2$$

$$= 4 - \frac{1}{2}.2.8 \Rightarrow P_c = 2.6$$

تحديد الذي يستلمه البائع: نعوض (Q_2) في دالة العرض:

$$Q_2 = -1 + 3P_P \Rightarrow 3P_P = Q_2 + 2 \Rightarrow P_P = \frac{Q_2 + 2}{3} = 1.6$$

مما تقدم نجد أن السعر الذي يدفعه المشتري هو 2.6 وحدة نقدية، و السعر الذي يستلمه البائع هو 1.6 وحدة نقدية.

5. تحديد العبئ الضريبي لكل من المشتري و البائع:

العبء الضريبي للمستهلك:

$$Tc = Pc - P$$

$$2.6 - 2 \Rightarrow Tc = 0.6$$

العبء الضريبي للمنتج:

$$T_P = P - P_P$$

$$2 - 1.6 \Rightarrow T_P = 0.4$$

و منه العبئ الضريبي للمشتري هو 0.6 وحدة نقدية، في حين أن العبئ الضريبي للبائع هو 0.4 وحدة نقدية

حل التمرين الثالث:

دالة المنفعة من الشكل:

$$U(x,y) = 4XY - \frac{X^{5/2}}{\sqrt{X}} - \frac{3Y^{5/2}}{\sqrt{Y}}$$

تبسيط الدالة:

$$U(x,y) = 4XY - \frac{X^{5/2}}{\sqrt{X}} - \frac{3Y^{5/2}}{\sqrt{Y}}$$

$$UT\ (X,Y\ ) = 4XY - X^{5/2}X^{-1/2} - 3Y^{5/2}Y^{-1/2}$$

$$UT\ (X,Y\ ) = 4XY - X^2 - 3Y^2$$

1. اثبت أن المنفعة الحدية لكل من السلعتين $(X,Y\ )$ متناقصة: تكون المنفعة الحدية متناقصة عندما تكون المشتقة الثانية لدالة المنفعة بالنسبة لأحد السلعتين أقل تماما من الصفر، بحيث:
   - بالنسبة للسلعة (X):

$$Umx = UT'x = 4Y - 2X$$

$$Umx' = UT''X = -2 < 0$$

و منه المنفعة الحدية للسلعة $(X\ )$ متناقصة. كما نلاحظ ذلك من خلال المنفعة الحدية دالة ذات ميل سالب

   - بالنسبة للسلعة (Y):

$$Umy = UT'y = 4X - 6Y$$

$$Umy' = UT''Y = -6 < 0$$

و منه المنفعة الحدية للسلعة (Y) متناقصة، كما نلاحظ ذلك من خلال المنفعة الحدية دالة ذات ميل سالب

تعظيم دالة المنفعة الكلية باتباع طريقة مضاعف لاغرانج:

✓ الشرط اللازم: مفاده أن المشتقات الجزئية الأولى يجب ان تكون معدومة بالنسبة لـ (X, Y , λ).

$$L(X, Y , \lambda) = U(X, Y) - \lambda(XPX + YPY - R\ )$$

$$L(X, Y , \lambda) = 4XY - X^2 - 3\ Y^2 - \lambda(2X + 3Y - 45\ )$$

$$L'x = U'x - \lambda Px = 0 \Rightarrow 4Y - 2X - 2\lambda = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$L'y = U'y - \lambda Py = 0 \Rightarrow 4X - 6Y - 3\lambda = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$$L'\lambda = -Xpx - YPy + R = 0 \Rightarrow -2X - 3Y + 45 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

بحل هذه المعادلات الثلاثة نحصل على قيم (X, Y, λ) و بالتعويض في دالة المنفعة نحدد القيمة العظمى لهذه الدالة، من **(1)** و **(2)** نجد:

$$2\lambda = 4Y - 2X \quad \ldots\ldots\ldots (4)$$

$$3\lambda = 4X - 6Y \quad \ldots\ldots\ldots (5)$$

بقسمة **(4)** على**(5)** نجد:

$$\frac{(4)}{(5)} \Leftrightarrow \frac{2}{3} = \frac{4Y - 2X}{4X - 6Y} = 8X - 12Y = 12Y - 6X$$

$$X = \frac{12}{7}Y \quad \ldots\ldots\ldots (6)$$

نعوض *(6)* في معادلة الميزانية **(3)** نجد:

$$-2\left(\frac{12}{7}Y\right) - 3Y + 45 = 0$$

$$Y = 7 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

بتعويض (7) في (6) نجد:

$$X = \frac{12}{7}\,7 \Rightarrow X = 12$$

ومنه الكميات التي تعظم دالة المنفعة هي:

$$(X, Y) = (12,7)$$

$$UT\,(X,Y) = 4XY - X^2 - 3Y^2$$

$$UT\,(X,Y) = 4.12.7 - 12^2 - 3.7^2$$

$$UT\,(X,Y) = 336 - 144 - 147$$

$$UT\,(X,Y) = 45 \text{ وحدة منفعة}$$

1. **الشرط الكافي**: أنه لتأكد من أن القيم التوازنية السابقة (X, Y , λ) *تمثل فعلا نهاية عظمى لدالة المنفعة، يجب أن يتحقق الشرط الثاني و هو أن يكون المحدد الهيسي* (H) *أكبر تماما من الصفر، الذي يتكون من المشتقات الجزئية الثانية لدالة المنفعة.*

المحدد الهسي يرمز له بـ (H)

$$H = \begin{vmatrix} L''xx & L''xy & L''x\lambda \\ L''yx & L''yy & L''y\lambda \\ L''\lambda x & L''\lambda y & L''\lambda\lambda \end{vmatrix} > 0$$

بفك قيمة المحدد نجد أن:

أونحسب المحدد وفق طريقة المحددات الجزئية و التي تقوم على نشر المحدد (H) وفق أي سطر أو أي عمود، لننشر المحددة (H) وفق السطر الأول مثلا:

$$H = \begin{vmatrix} -2 & 4 & -2 \\ 4 & -6 & -3 \\ -2 & -3 & 0 \end{vmatrix} = 90 > 0$$

إذن القيم :

$$(X, Y) = (12,7)$$

تعظم فعلا دالة المنفعة و أعظم قيمة لدالة المنفعة هي 45 وحدة منفعة.